

## Determinarea grafică a vitezelor în mișcarea plană

### 1. Scopul lucrării:

Se consideră mecanismul din *fig. 1* ale cărui element conducător  $OA$  se rotește cu turație constantă  $n_1$ . Pentru poziția dată de unghiul  $\varphi$  al manivelei motoare se cere să se determine:

- $v_E$  - viteza punctului  $E$  (centrul bolțului pistonului) prin metoda rabaterii;
- $v_E$  - viteza punctului  $E$  prin metoda proiecțiilor;
- $v_E$  - viteza punctului  $E$  utilizând planul vitezelor.

### Date:

$$OA = 4,5 \text{ [cm];}$$

$$AB = 6 \text{ [cm];}$$

$$AD = 7 \text{ [cm];}$$

$$BD = 2,5 \text{ [cm];}$$

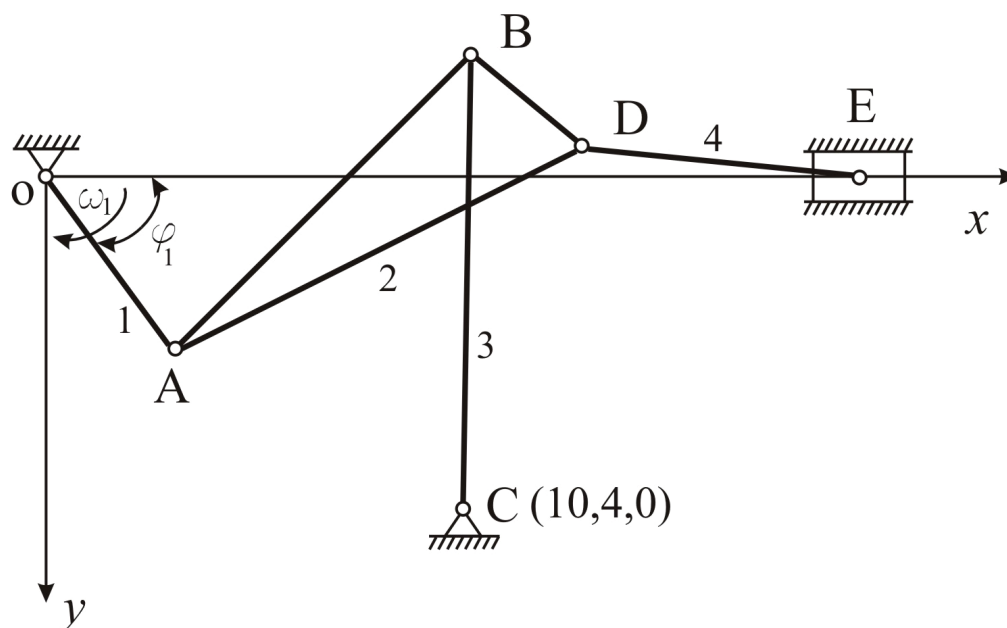
$$BC = 6 \text{ [cm];}$$

$$DE = 6 \text{ [cm];}$$

$$\varphi_1 = (30 + n) [^\circ];$$

$$n_1 = (300 + 7 \cdot n) [\text{rot/min}];$$

unde:  $n$  - reprezintă numărul de ordine al studentului din grupă.



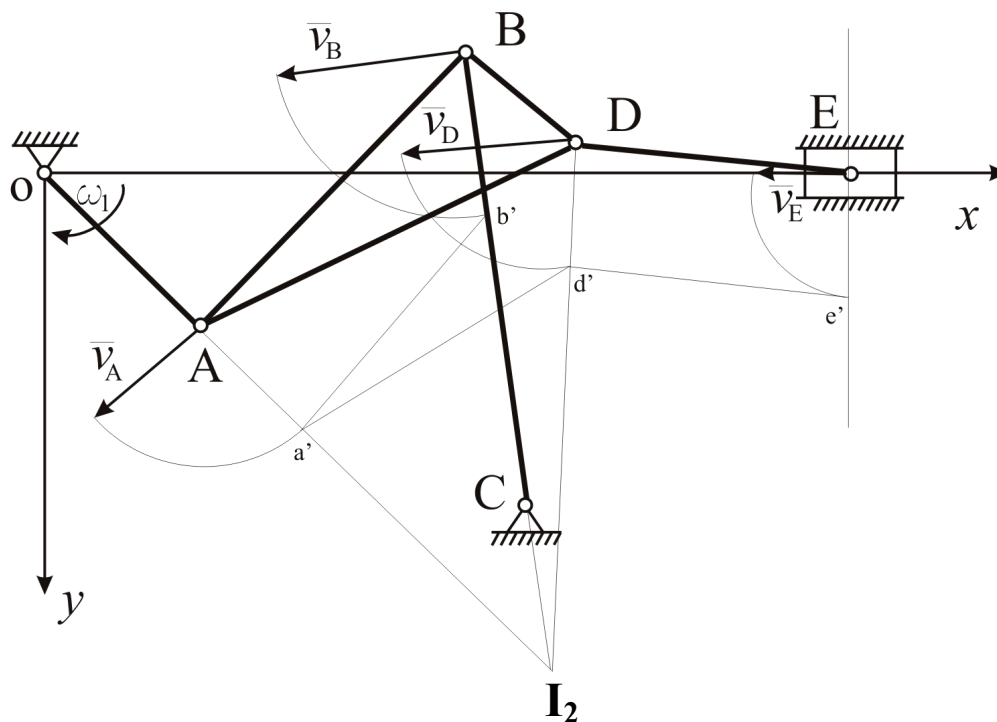
**Figura 1**

**2. Considerații teoretice:**

a) Determinarea vitezei punctului  $E$  prin metoda rabaterii (*fig. 2*):

Punctul  $A$  execută o mișcare de pură rotație în jurul punctului  $O$  pe un cerc de rază  $OA$ . Se calculează viteza unghiulară constantă:

$$\omega_1 = \frac{\pi \cdot n_1}{30} \quad (1)$$



**Figura 2**

Modelul vectorului viteză a punctului  $A$  se determină cu relația:

$$v_A = \omega_1 \cdot OA \quad (2)$$

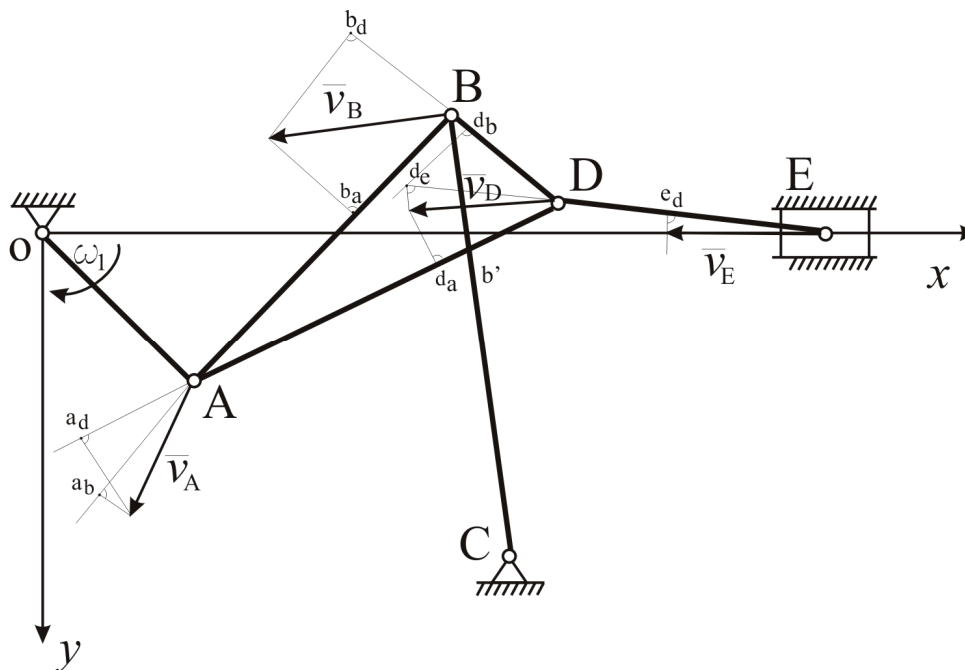
Viteza liniară a punctului  $A$  are punctul de aplicație în  $A$ , direcția tangentă la traiectorie, iar sensul dat de viteza unghiulară.

Mecanismul din *fig. 1* execută o mișcare plan-paralelă, astfel dacă la un moment dat se cunoaște viteza unui punct  $A$  aparținând mecanismului și centrul instantaneu de rotație  $I_2$ , viteza oricărui alt punct se poate obține prin metoda rabaterii. Poziția centrului instantaneu de rotație pentru elementul  $ABD$ , se obține ducând normalele la traiectoriile punctelor  $A$  și  $B$ , intersecția lor este  $I_2$ .

Vectorul viteză  $\bar{v}_A$  se rabate cu  $\pi/2$  radiani până intersectează în  $a'$  direcția lui  $AI_2$ , se duce paralela  $a'b'$  la segmentul  $AB$  până intersectează pe  $BI_2$  în  $b'$ , se rabate segmentul  $Bb'$  cu  $\pi/2$  radiani în sens contrar primei rabateri până intersectează direcția perpendiculară pe  $BC$ . Segmentul delimitat este viteza  $\bar{v}_B$ . Din punctul  $a'$  se duce paralela  $a'd'$  la segmentul  $AD$ .

Cu vârful compasului în  $D$  se rabate segmentul  $Dd'$  cu  $\pi/2$  radiani în sens contrar primei rabateri până intersectează perpendiculara pe  $DI_2$ . Segmentul delimitat este viteza  $\bar{v}_D$ . Din punctul  $d'$  se duce paralela la  $DE$  până întâlnește perpendiculara pe traiectoria punctului  $E$ . Se rabate segmentul  $Ee'$  cu  $\pi/2$  radiani în sens contrar primei rabateri până la intersecția cu traiectoria punctului  $E$  și se obține viteza  $\bar{v}_E$ .

b) Determinarea vitezei punctului  $E$  prin metoda proiecțiilor (fig. 3):



**Figura 3**

În mișcarea plan-paralelă, dacă se cunoaște viteza  $\bar{v}_A$  a unui punct, se poate determina viteza unui alt punct  $B$  cu relația:

$$\bar{v}_B = \bar{v}_A + \bar{v}_{BA} \quad (3)$$

Dacă se consideră  $\bar{u}$  versorul direcției  $AB$  și înmulțim cu relația anterioară

$$\bar{v}_B \cdot \bar{u} = \bar{v}_A \cdot \bar{u} + \bar{v}_{BA} \cdot \bar{u} \quad (4)$$

dar,

$$\bar{v}_{BA} \cdot \bar{u} = 0 \quad (5)$$

fiind doi vectori perpendiculari, deci

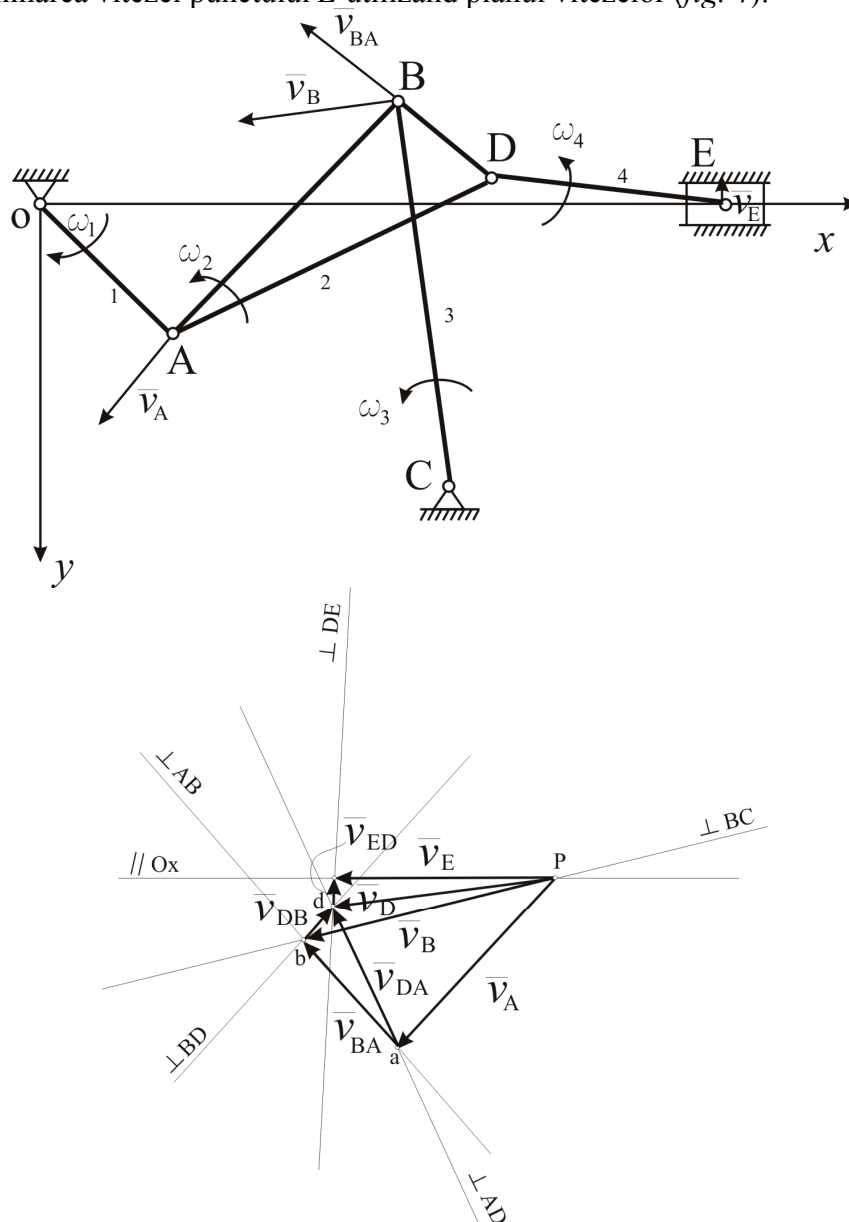
$$\bar{v}_B \cdot \bar{u} = \bar{v}_A \cdot \bar{u} \quad (6)$$

Proiecția vectorilor viteză a două puncte pe direcția care unește punctele este constantă. Bazându-se pe această constatare pentru determinarea vitezei punctului  $E$  prin metoda proiecțiilor se procedează astfel:

Se consideră viteza punctului  $A$  cunoscută. Se proiectează  $\bar{v}_A$  pe  $AB$ . Se translatează  $Aa_b$  în  $Bb_a$ . În  $b_a$  se ridică perpendiculară până intersectează perpendiculara în  $B$  pe  $BC$ . Segmentul obținut este vectorul viteză  $\bar{v}_B$ .

Pentru determinarea vitezei  $\bar{v}_D$  se proiectează  $\bar{v}_A$  pe direcția  $AD$  și se obține punctul  $a_d$ . Se translatează segmentul  $Aa_d$  în  $D$  și se obține  $Dd_a$ . În punctul  $d_a$  se ridică o perpendiculară. Traectoria punctului  $D$  nu este cunoscută, de aceea pentru determinarea vitezei punctului  $D$  se aplică metoda proiecțiilor și pentru punctul  $B$ . Perpendicularele în  $d_a$  și  $d_b$  se întâlnesc în extremitatea vectorului  $\bar{v}_D$ . Viteza punctului  $E$  de traiectorie cunoscută face apel doar la proiecția pe  $DE$  a vitezei  $\bar{v}_D$ .

c) Determinarea vitezei punctului  $E$  utilizând planul vitezelor (fig. 4):



**Figura 4**

În mișcarea plan-paralelă planul vitezelor se construiește folosind relațiile Euler pentru viteze:

$$\bar{v}_B = \bar{v}_A + \bar{v}_{BA} \quad v_{BA} \perp BA \quad (7)$$

$$\begin{cases} \bar{v}_D = \bar{v}_A + \bar{v}_{DA} \\ \bar{v}_D = \bar{v}_B + \bar{v}_{DB} \end{cases} \quad \begin{matrix} v_{DA} \perp DA \\ v_{DB} \perp DB \end{matrix} \quad \begin{matrix} (8) \\ (9) \end{matrix}$$

$$\bar{v}_E = \bar{v}_D + \bar{v}_{ED} \quad v_{ED} \perp ED \quad (10)$$

Viteza  $\bar{v}_A$  se presupune cunoscută. Se construiește în planul vitezelor un vector  $v_A = \omega_1 \cdot OA$  cu originea într-un punct  $p$  numit *polul vitezelor*. Conform *rel. (7)* prin extremitatea vectorului  $\bar{v}_A$  se duce o perpendiculară pe  $BA$ , iar prin polul vitezelor o perpendiculară pe  $BC$ . Intersecția celor două drepte constituie punctul  $b$  extremitatea vectorului viteză  $\bar{v}_B$ . Sensul vectorului  $\bar{v}_{BA}$  este conform relației vectoriale.

Pentru determinarea vitezei  $\bar{v}_D$  se folosesc relațiile vectoriale (8) și (9). Prin extremitatea vectorului  $\bar{v}_A$  se construiește dreapta perpendiculară pe  $DA$ , iar prin extremitatea vectorului  $\bar{v}_B$  o perpendiculară pe  $DB$ . Intersecția celor două direcții este punctul  $d$  extremitatea vectorului  $\bar{v}_D$ . Pentru viteza punctului  $E$  este necesară o singură relație vectorială, fiind de direcție cunoscută. Din punctul  $d$  se duce o dreaptă perpendiculară pe  $DE$ , iar din polul vitezelor o paralelă la direcția ghidajului ( $Ox$ ). Intersecția celor două direcții este punctul  $e$  extremitatea vectorului viteză  $\bar{v}_E$ .

### **3. Desfășurarea lucrării:**

Se prezintă pe hârtie de desen (format A4) la scara lungimilor, mecanismul conform elementelor constructive. Se adoptă o scară a vitezelor. Construcția grafică nu se explică, rezultă din desen. Se vor construi trei desene pentru cele trei metode.